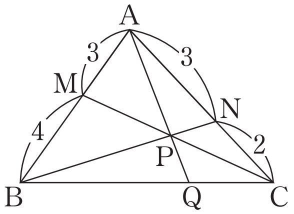
PART4　チェバの定理，メネラウスの定理

例題

右の図において，次の問いに答えよ。

(1)　BQ：QC を求めよ。

(2)　CP：PM，BP：PN を求めよ。



Point Pickup

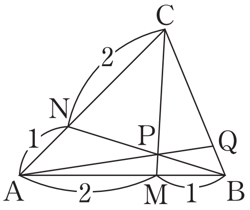
練習

右の図において，次の問いに答えよ。

⑴　BQ：QC を求めよ。

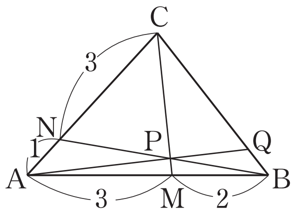
⑵　BP：PN，CP：PM を求めよ。

⑶　QP：PA を求めよ。



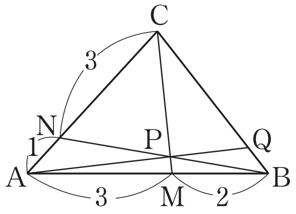
第６講　PART4　確認問題

1　下の図において，BQ：QC を求めよ。



BQ：QC＝［ア］：［イ］

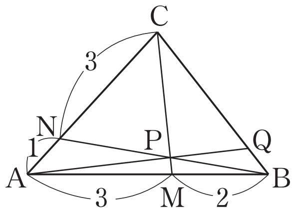
2　下の図において，BP：PN，CP：PM を求めよ。



BP：PN＝［ウ］：［エ］

CP：PM＝［オカ］：［キ］

3　下の図において，QP：PA を求めよ。



QP：PA＝［ク］：［ケコ］

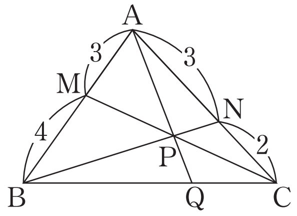
PART4　チェバの定理，メネラウスの定理

例題

右の図において，次の問いに答えよ。

(1)　BQ : QC を求めよ。

(2)　CP : PM，BP : PN を求めよ。



(1)　チェバの定理より $\dfrac{AM}{MB}\cdot\dfrac{BQ}{QC}\cdot\dfrac{CN}{NA}=1$　すなわち $\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{BQ}{QC}\cdot\dfrac{2}{3}=1$

よって $\dfrac{BQ}{QC}=\dfrac{2}{1}$ より BQ : QC ＝ 2 : 1

(2)　メネラウスの定理より $\dfrac{AB}{BM}\cdot\dfrac{MP}{PC}\cdot\dfrac{CN}{NA}=1$　すなわち $\dfrac{7}{4}\cdot\dfrac{MP}{PC}\cdot\dfrac{2}{3}=1$

よって $\dfrac{MP}{PC}=\dfrac{6}{7}$ より CP : PM ＝ 7 : 6

メネラウスの定理より $\dfrac{AC}{CN}\cdot\dfrac{NP}{PB}\cdot\dfrac{BM}{MA}=1$　すなわち $\dfrac{5}{2}\cdot\dfrac{NP}{PB}\cdot\dfrac{4}{3}=1$

よって $\dfrac{NP}{PB}=\dfrac{3}{10}$ より BP : PN ＝ 10 : 3

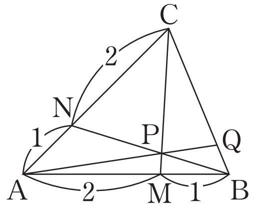
練習

右の図において，次の問いに答えよ。

(1)　BQ : QC を求めよ。

(2)　BP : PN，CP : PM を求めよ。

(3)　QP : PA を求めよ。



(1)　チェバの定理より $\dfrac{AM}{MB}\cdot\dfrac{BQ}{QC}\cdot\dfrac{CN}{NA}=1$　すなわち $\dfrac{2}{1}\cdot\dfrac{BQ}{QC}\cdot\dfrac{2}{1}=1$

よって $\dfrac{BQ}{QC}=\dfrac{1}{4}$ より BQ : QC ＝ 1 : 4

(2)　メネラウスの定理より $\dfrac{AC}{CN}\cdot\dfrac{NP}{PB}\cdot\dfrac{BM}{MA}=1$　すなわち $\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{NP}{PB}\cdot\dfrac{1}{2}=1$

よって $\dfrac{NP}{PB}=\dfrac{4}{3}$ より $BP:PN=3:4$

メネラウスの定理より $\dfrac{AB}{BM}\cdot\dfrac{MP}{PC}\cdot\dfrac{CN}{NA}=1$　すなわち $\dfrac{3}{1}\cdot\dfrac{MP}{PC}\cdot\dfrac{2}{1}=1$

よって $\dfrac{MP}{PC}=\dfrac{1}{6}$ より $CP:PM=6:1$

(3)　メネラウスの定理より $\dfrac{CB}{BQ}\cdot\dfrac{QP}{PA}\cdot\dfrac{AN}{NC}=1$　すなわち $\dfrac{5}{1}\cdot\dfrac{QP}{PA}\cdot\dfrac{1}{2}=1$

よって $\dfrac{QP}{PA}=\dfrac{2}{5}$ より $QP:PA=2:5$

第 6 講　PART4　確認問題 解答

1

[正解] ア：2，イ：9

[解説]

チェバの定理より

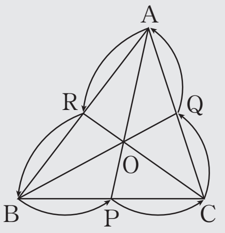
$$\frac{AM}{MB}\cdot\frac{BQ}{QC}\cdot\frac{CN}{NA}=1$$ [A]

すなわち　$\frac{3}{2}\cdot\frac{BQ}{QC}\cdot\frac{3}{1}=1$

よって　$\frac{BQ}{QC}=\frac{2}{9}$ より

$BQ:QC=\mathbf{2}:\mathbf{9}$

[A]　チェバの定理



$$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{AR}{RB}=1$$

2

[正解] ウ：8，エ：9，オカ：15，キ：2

[解説]

メネラウスの定理より

$$\frac{AC}{CN}\cdot\frac{NP}{PB}\cdot\frac{BM}{MA}=1$$ [B]

すなわち　$\frac{4}{3}\cdot\frac{NP}{PB}\cdot\frac{2}{3}=1$

よって　$\frac{NP}{PB}=\frac{9}{8}$ より

$BP:PN=\mathbf{8}:\mathbf{9}$

メネラウスの定理より

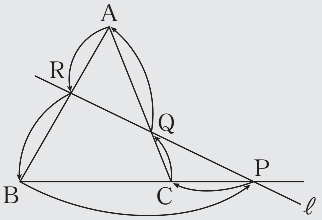
$$\frac{AB}{BM}\cdot\frac{MP}{PC}\cdot\frac{CN}{NA}=1$$ [B]

すなわち　$\frac{5}{2}\cdot\frac{MP}{PC}\cdot\frac{3}{1}=1$

よって　$\frac{MP}{PC}=\frac{2}{15}$ より

$CP:PM=\mathbf{15}:\mathbf{2}$

[B]　メネラウスの定理



$$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{AR}{RB}=1$$

3 [正解] ク：6，ケコ：11

[解説]

チェバの定理より

$$\frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{MB}}\cdot\frac{\mathrm{BQ}}{\mathrm{QC}}\cdot\frac{\mathrm{CN}}{\mathrm{NA}}=\frac{3}{2}\cdot\frac{\mathrm{BQ}}{\mathrm{QC}}\cdot\frac{3}{1}=1$$ [C]

よって，BQ：QC＝2：9 より

CB：BQ＝(2＋9)：2＝11：2

メネラウスの定理より

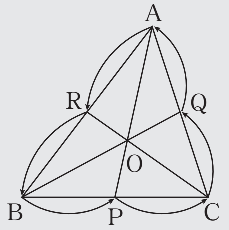
$$\frac{\mathrm{CB}}{\mathrm{BQ}}\cdot\frac{\mathrm{QP}}{\mathrm{PA}}\cdot\frac{\mathrm{AN}}{\mathrm{NC}}=1$$ [D]

すなわち　$\frac{11}{2}\cdot\frac{\mathrm{QP}}{\mathrm{PA}}\cdot\frac{1}{3}=1$

よって　$\frac{\mathrm{QP}}{\mathrm{PA}}=\frac{6}{11}$ より

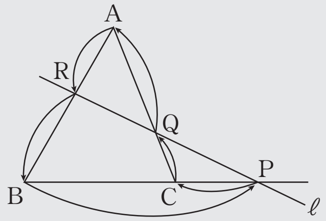
QP：PA＝**6：11**

[C]　チェバの定理



$$\frac{\mathrm{BP}}{\mathrm{PC}}\cdot\frac{\mathrm{CQ}}{\mathrm{QA}}\cdot\frac{\mathrm{AR}}{\mathrm{RB}}=1$$

[D]　メネラウスの定理



$$\frac{\mathrm{BP}}{\mathrm{PC}}\cdot\frac{\mathrm{CQ}}{\mathrm{QA}}\cdot\frac{\mathrm{AR}}{\mathrm{RB}}=1$$